

# LIGNE DE PARTAGE DES EAUX ET TRAITEMENT TEMPS REEL : UN COMPROMIS

Serge BEUCHER

## Introduction

La démonstration de l'intérêt de la ligne de partage des eaux en segmentation d'images n'est plus à faire. Elle reste cependant d'un emploi limité pour le traitement d'images temps réel à cause de son défaut majeur, sa lenteur. Certes, il existe diverses approches algorithmiques tendant à réduire ce problème et qui, à terme, devraient considérablement augmenter les vitesses d'exécution, lorsque les algorithmes qui actuellement sont sous forme logicielle pourront être efficacement implantés sous forme matérielle. Pour l'heure, force est de se contenter des processeurs existants. Or, ceux-ci sont principalement des processeurs de voisinage, avec des possibilités de transformations récursives permettant l'extraction rapide des minima ou encore les reconstructions géodésiques binaires (comme sur le Morphopérior ou sur PIMM1). Quels sont, sur ces processeurs, les principaux algorithmes de LPE, et comment peut-on les accélérer? Deux grands types d'algorithmes existent.

Le premier consiste à réaliser la LPE par le biais d'amincissements numériques appropriés (squelette + ébarbulage). La seule façon d'accélérer notablement cet algorithme est d'augmenter le nombre de processeurs de traitement (structure "pipe-line"). C'est pourquoi je n'aborderai pas davantage cette approche, chacun connaissant les inconvénients de cette structure "pipe-line" en termes de coût et de vitesse-limite. De plus, lorsque la modification de la fonction à transformer s'avère nécessaire (marqueurs imposés), celle-ci doit impérativement avoir lieu avant d'effectuer la LPE.

Le deuxième type d'algorithme est celui qui fournit également la définition opératoire de la LPE. Il consiste à inonder la fonction seuil par seuil à l'aide d'opérateurs de SKIZ géodésique. L'avantage de cet algorithme est de ne pas être pénalisé lorsque les marqueurs sont imposés. Rappelons-en brièvement la définition dans le cas digital.

## I) Construction de la LPE seuil par seuil

Soit  $f$  une fonction positive et bornée,  $0 \leq f \leq i_{\max}$ , définie sur un domaine  $E$  et prenant ses valeurs sur  $Z$ . Le seuil de  $f$  au niveau  $i$  est l'ensemble  $X_i$  des points  $x$  de l'image  $E$  tels que  $f(x) \leq i$ .

$$X_i = \{x \in E, f(x) \leq i\}$$

Les bassins versant  $W(f)$  de  $f$  sont donnés de façon itérative par :

$$W_i = IZ_{X_i}(W_{i-1}) \cup m_i$$

où  $m_i$  représente les minima de la fonction  $f$  au niveau  $i$ , et où le premier terme correspond aux zones d'influence du squelette par zones d'influence géodésiques de  $W_{i-1}$  dans le seuil  $X_i$ . On pose évidemment :

$$W_{-1} = \emptyset$$

et on obtient :

$$W(f) = W_{i_{\max}}$$

Les minima  $m_i$  au niveau  $i$  s'obtiennent par le biais de la reconstruction géodésique. Ce sont les composantes connexes du seuil  $X_i$  à distance géodésique infinie du seuil immédiatement inférieur :

$$m_i = X_i / R_{X_i}(X_{i-1})$$

$R_{X_i}(X_{i-1})$  est la reconstruction géodésique de  $X_i$  à partir de  $X_{i-1}$ .

Lorsque la LPE est réalisée à partir d'un ensemble  $M$  de marqueurs imposés, l'algorithme est encore plus simple puisqu'il suffit d'écrire :

$$W_{-1} = M$$
$$W_i = IZ_{X_i \cup M}(W_{i-1})$$

On remarquera que l'algorithme ainsi défini reste valable si la fonction  $f$  prend ses valeurs sur un ensemble  $I$  quelconque d'indices ordonnés :

$$I = (i_0, i_1, \dots, i_n, \dots, i_{\max})$$

La formule précédente devient alors :

$$W_{i_n} = IZ_{X_{i_n} \cup M}(W_{i_{n-1}})$$

Comment un tel algorithme peut-il être accéléré? La réponse à la question est contenue implicitement dans la formulation de l'algorithme. En effet, le temps de calcul dépendra essentiellement de trois facteurs :

- Le temps de calcul des marqueurs M. Rappelons que la LPE simple peut être ramenée à une LPE avec marqueurs. Il suffit pour cela de déterminer préalablement les minima de la fonction f et de les utiliser comme marqueurs.
- La vitesse de l'algorithme de SKIZ géodésique. Divers algorithmes existent, et ils sont loin d'être équivalents.
- Enfin, le nombre de niveaux de seuils utilisés. Le temps de calcul sera même directement proportionnel à ce nombre de niveaux.

Comment pouvons-nous agir sur ces différents facteurs? Le calcul des marqueurs M dépend essentiellement du problème posé. On remarquera seulement que lorsqu'il s'agit de détecter des minima, de nombreux algorithmes rapides existent. Il semble donc difficile d'améliorer cette étape du traitement. De la même façon, à moins de disposer de processeurs adaptés à des techniques d'épaississements en union (cf. [1]), le SKIZ ne peut s'accélérer actuellement que par l'utilisation de processeurs binaires en série, ce qui est déjà réalisé dans PIMM1 puisqu'une passe complète d'épaississement en rotation peut être effectuée en un seul passage. Reste la diminution du nombre de niveaux de seuils. Cette voie est envisageable par le biais de l'utilisation d'une transformation appelée anamorphose.

## **II) L'anamorphose : définition et propriétés**

### **II-1) Définition**

Une anamorphose  $\psi$  est une bijection croissante et continue sur l'ensemble des images f. A chaque image f, l'anamorphose fait correspondre une nouvelle image  $\psi(f)$ .  $\psi$  conserve l'ordre entre les images :

$$f < f' \Leftrightarrow \psi(f) < \psi(f')$$

Si, de plus,  $\psi$  est invariant par translation, la relation d'ordre entre les pixels de l'image de départ est conservée :

$$\forall x,y : f(x) < f(y) \Leftrightarrow \psi [f(x)] < \psi [f(y)]$$

L'anamorphose sur les fonctions se ramène alors à une anamorphose sur l'espace des valeurs numériques des images. En désignant par  $I$  cet espace, à tout élément  $i$  correspond un et un seul élément  $\psi(i)$ . Il en résulte qu'à chaque seuil  $X_i$  de la fonction  $f$ , il correspond le seul  $X_{\psi(i)}$  sur la fonction  $\psi(f)$  :

$$X_{\psi(i)}[\psi(f)] = \{x \in E : \psi(f) \leq \psi(i) \Leftrightarrow f \leq i\} = X_i(f)$$

## **II-2) Propriétés**

En vertu de cette correspondance, l'anamorphose (invariante par translation, mais c'est la seule que nous retiendrons ici) préserve les minima et les maxima de la fonction  $f$ .

Soit  $f$  une fonction et  $\psi$  une anamorphose. Si  $m(f)$  désigne l'ensemble des minima de  $f$ , alors :

$$m[\psi(f)] = m(f)$$

Les minima de la fonction anamorphosée  $\psi(f)$  sont identiques aux minima de la fonction  $f$ . Il suffit pour s'en convaincre de reprendre la définition d'un minimum régional de  $f$ . Evidemment, l'altitude des nouveaux minima n'est pas la même.

De la même façon, et pour les mêmes raisons, la LPE est invariante par anamorphose :

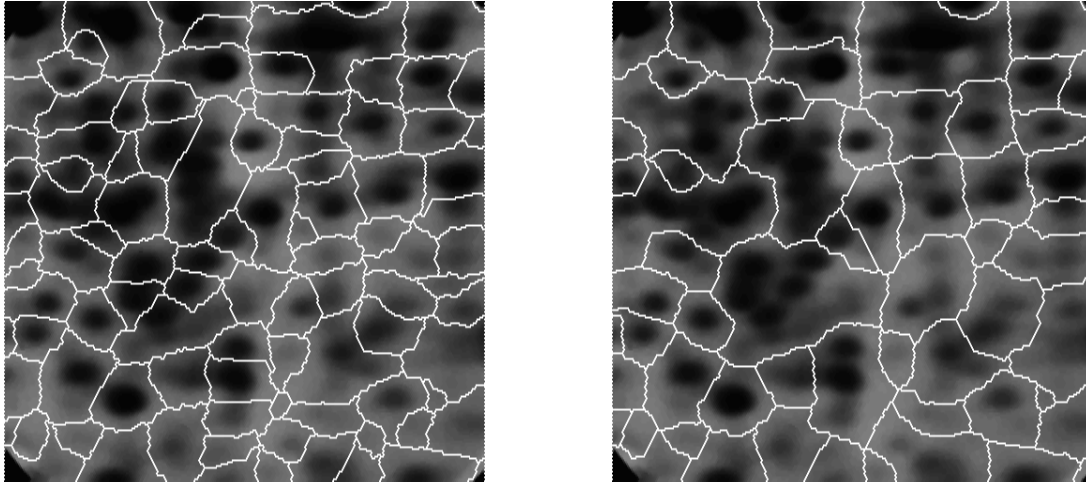
$$W(f) = W[\psi(f)]$$

Il suffirait donc, en principe, d'effectuer sur la fonction  $f$  une anamorphose qui restreint le domaine dans lequel elle prend ses valeurs pour augmenter la vitesse de calcul de la LPE. Malheureusement, si le domaine  $I$  des valeurs prises par  $f$  est fini (et c'est le cas pour les fonctions digitales), l'anamorphose étant une bijection, elle transformera  $f$  en une fonction  $\psi(f)$  prenant ses valeurs sur un ensemble  $I'$  tel que :

$$\text{Card}(I) = \text{Card}(I')$$

On ne peut donc espérer aucune réduction du temps de calcul de la LPE en utilisant une anamorphose sur une fonction discrète.

Inversement, si la discrétisation suit l'anamorphose, il n'y a plus correspondance entre les extrema et la LPE des deux fonctions, comme le montre l'exemple de la Figure 1 où l'image initiale définie sur 64 niveaux de gris a été divisée par 8 avant d'effectuer à nouveau la LPE.



(a)

(b)

**Figure 1** - LPE d'une fonction avant (a) et après (b) anamorphose

### **III) Utilisation de l'anamorphose**

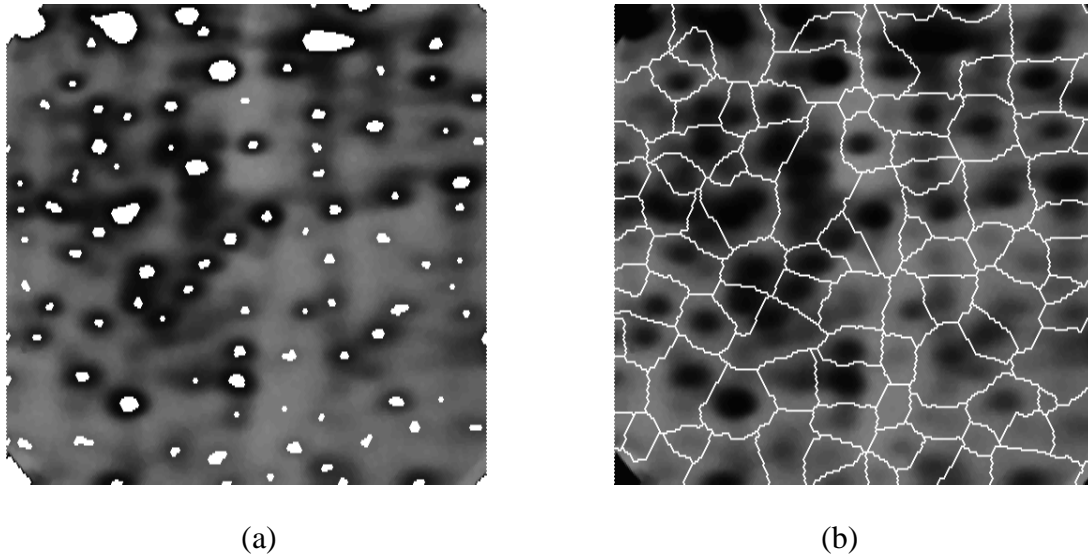
Comment sortir de cette impasse? La solution envisagée est un compromis. Elle consiste à effectuer la LPE de l'image anamorphosée modifiée en utilisant les minima de l'image de départ. Si  $\psi$  est l'anamorphose,  $I'$ , le domaine des valeurs de la fonction anamorphosée  $\psi(f)$ ,  $m(f)$ , les minima de  $f$ , les bassins versants  $W$  sont donnés de façon itérative par :

$$W_{i'} = IZ_{X_{i'}, \cup_{m(f)}}(W_{i'-1})$$

$i'$  étant une valeur de  $I'$ , et  $X_{i'}$ , le seuil de  $\psi(f)$  au niveau  $i'$ .

Cette solution est un compromis car la LPE obtenue n'est pas identique à la LPE de  $f$ . Cependant, elle présente le même nombre de bassins versants

et les lignes de partage sont proches de celles de la LPE de  $f$ . Cette proximité est d'autant plus forte que l'anamorphose a été judicieusement choisie. La Figure 2 illustre cette approche. On pourra comparer le résultat obtenu avec la figure précédente.



**Figure 2** - LPE d'une image (a). La LPE obtenue après anamorphose mais avec préservation des minima (b).

Le fait d'injecter les minima de  $f$  ne pénalise pas les performances car il existe une algorithmique rapide d'extraction de ces minima. Si de plus un ensemble particulier  $M$  de marqueurs est utilisé, il n'y a alors pas besoin d'extraire les minima de l'image initiale et le calcul de la LPE devient :

$$W_{i'} = IZ_{X_{i'} \cup M}(W_{i-1})$$

avec  $X_{i'} = \{x \in E : \Psi[f(x)] \leq i'\}$ .

L'exemple ci-dessous illustre la LPE du gradient d'une image avec marqueurs imposés (segmentation de la chaussée) sur l'image gradient brute (Figure 3a) et sur l'image gradient anamorphosée (anamorphose logarithmique, cf. ci-après, Figure 3b).

#### **IV) Choix de l'anamorphose, autres alternatives**

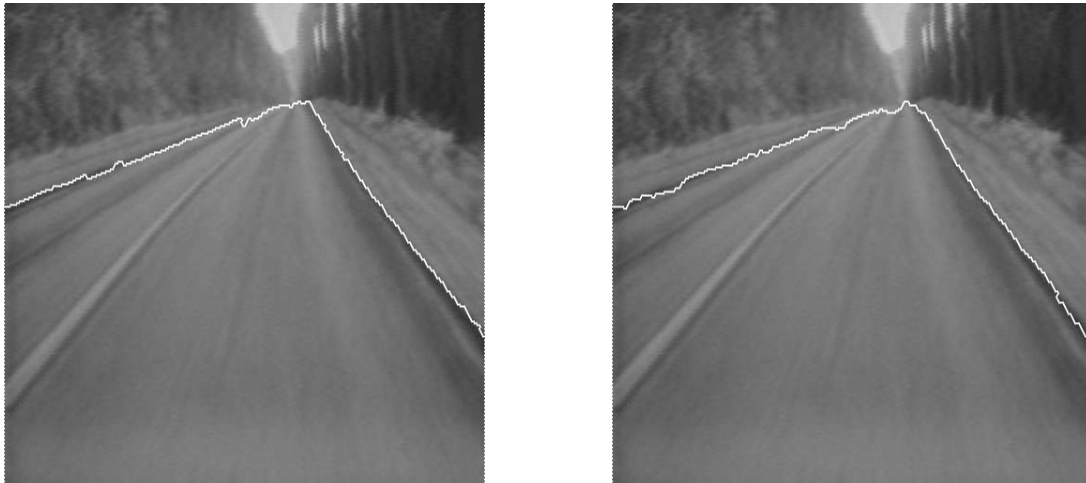
Parmi les diverses anamorphoses utilisables, deux sont plus particulièrement intéressantes : la division et l'anamorphose logarithmique. La division consiste simplement à diviser l'image initiale d'un facteur  $n$  :

$$f \xrightarrow{\Psi} f/n$$

L'anamorphose logarithmique est définie par :

$$f \xrightarrow{\Psi} \text{Log}_2(f+1)$$

Si les valeurs prises par  $f$  sont comprises entre 0 et  $2^n - 1$ , l'anamorphose logarithmique ramène l'image finale entre 0 et  $n$ . Cette anamorphose est intéressante lorsqu'on travaille avec une image gradient, car elle ne dégrade pas trop les faibles valeurs.



(a)

(b)

**Figure 3** - *Extraction de la chaussée à partir de l'image gradient (a)  
Même opération sur le gradient anamorphosé*

D'autres anamorphoses sont possibles, en particulier celles qui sont calculées à partir de l'histogramme de l'image de départ. On peut aussi utiliser d'autres transformations afin de restreindre le nombre de niveaux sans dégrader la LPE. Parmi elles, la recherche d'une fonction minimale ayant même LPE que  $f$  : cette opération peut se faire par le biais du fléchage de  $f$  [2].

## **V) Les temps de traitement**

L'utilisation des anamorphoses a été testée sur le MorphoPélicolor (MSII). L'image de la Figure 3 a été utilisée. Le tableau ci-dessous donne

les temps de traitement pour la LPE du gradient avec et sans anamorphose; la LPE avec ou sans marqueur imposé a été effectuée. L'anamorphose est logarithmique.

	g	$\text{Log}_2(g+1)$
LPE normale	8 sec.	3 sec.
LPE avec marqueur	12 sec.	6 sec.

La fonction g initiale a 19 niveaux de gris. Elle en a 6 après l'anamorphose. Cependant, les temps de traitement ne sont pas réduits en proportion. Ceci est dû au fait que la propagation de l'inondation dans la LPE se fait surtout horizontalement par le biais du SKIZ géodésique. L'anamorphose ne réduit pas le temps de propagation horizontale de façon significative. Seul le nombre de passes dans le processeur de traitement diminue.

### Conclusion

Si l'anamorphose permet de réduire les temps de traitement de la LPE, cette technique gagne à être associée à des processeurs permettant l'accélération d'opérations comme les squelettes par zones d'influence. Le Morphopérior n'est pas très performant dans ce domaine. D'autres processeurs sont beaucoup plus intéressants, en particulier PIMM1 qui possède un pipe-line de 8 processeurs géodésiques binaires. A titre d'exemple, une LPE avec anamorphose logarithmique sur une image initiale 256 x 256 x 8 bits (256 niveaux de gris) prend avec 2 circuits PIMM1 en série (soit 16 processeurs binaires) un temps de 600 ms. Ces performances pourraient encore être améliorées en optimisant la programmation de ces processeurs.

### Références

- [1] S.BEUCHER, Squelettes connexes et non connexes, note interne CMM n° N-7/89/MM, Mars 1989.
- [2] S.BEUCHER, Segmentation d'images et Morphologie Mathématique, Thèse de Doctorat, ENSMP, Juin 1990.