

Gradients morphologiques de texture. Application à la segmentation couleur+texture par LPE

Jesús Angulo

Centre de Morphologie Mathématique - Ecole des Mines de Paris
35, rue Saint-Honoré, 77305 Fontainebleau cedex - France

jesus.angulo@ensmp.fr

Résumé

Cet article présente une approche morphologique pour le calcul de gradients de texture et illustre comment les utiliser pour la segmentation d'image selon la texture ; et plus généralement, pour la segmentation conjointe texture + couleur (e.g., segmentation structurelle). Le point de départ est une décomposition de l'image couleur en deux composantes : la couche des objets et la couche de texture. La couche des objets est l'image couleur obtenue par simplification de l'image originale, sur laquelle le gradient couleur est calculée. La couche de texture est obtenue comme le résidu des composantes de luminance des images originale et simplifiée. Une analyse multi-échelle locale de la couche de texture est construite avec des opérateurs morphologiques : ouvertures/fermetures et nivellements sur des FAS. Des gradients de texture sont définis sur cette analyse, qui sont combinés avec le gradient couleur pour construire des segmentations mixtes par LPE. Les partitions obtenues avec des gradients structurels sont, dans la plupart des cas, plus pertinentes que celles obtenues seulement avec des gradients couleur : les régions de texture sont mieux déterminées et la sur-segmentation des régions grandes et homogènes est réduite.

Mots clefs

morphologie mathématique, granulométrie, nivellement, segmentation couleur+texture, gradient couleur, gradient texture, ligne de partage des eaux, espace LSH.

1 Introduction

Le paradigme de segmentation morphologique est la Ligne de Partage des Eaux (LPE) avec des marqueurs imposés [10], qui a démontré être l'une des techniques les plus puissantes pour la segmentation. Des approches hiérarchiques basées sur la LPE ont permis d'aborder des domaines pour lesquels le choix de marqueurs n'est pas facile, comme c'est le cas des images naturelles, images de vidéo-surveillance, etc... Parmi ces approches nous pouvons en souligner deux : (1) l'algorithme de cascades [4], qui, d'un niveau de la hiérarchie au suivant, élimine les contours complètement entourés par des contours plus forts ; (2) les hiérarchies basées sur les valeurs d'extinction [16, 11], en particulier les critères volumiques, qui

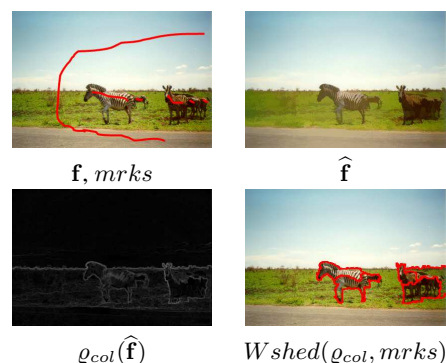


Figure 1 – Exemple de segmentation d'une image couleur par LPE et marqueurs.

combinent la taille et le contraste des régions, créant un bon critère pour évaluer la pertinence visuelle des régions. Ces algorithmes se bâtissent sur un gradient scalaire. Un gradient couleur doit être calculé pour appliquer la LPE à une image couleur. Au cours de nos travaux précédents [2], nous avons étudié en détail différentes définitions de gradient couleur et nous avons montré que le gradient complet dans une représentation luminance/saturation/teinte (LSH) [3] est assez performant et fournit des segmentations robustes et stables face aux changements d'éclairage. Plus précisément, si $\mathbf{f} = (f_L, f_S, f_H)$ correspond à une image couleur dans sa représentation LSH, son gradient couleur est donné par :

$$q_{col}(\mathbf{f}) = (1 - f_S) \times q(f_L) + f_S \times q^\circ(f_H) + q(f_S) \quad (1)$$

où $q(g)$ est le gradient morphologique d'une image scalaire g et $q^\circ(a)$ est le gradient circulaire centré d'une image sur le cercle unité (dans ce cas, la teinte).

Dans la manière classique de procéder pour segmenter une image par l'algorithme de la LPE, l'image couleur est préalablement filtrée grâce à un filtre connexe, type nivellement [12], $\lambda(m(f), f)^i = [f \wedge \delta^i(m)] \vee \varepsilon^i(m)$ jusqu'à l'idempotence $\lambda(m, f)^i = \lambda(m, f)^{i+1}$ (f est l'image référence et $m(f)$ est l'image marqueur), qui permet de simplifier les textures et d'éliminer les régions les moins significatives tout en préservant les contours des objets qui restent sur l'image. Pour les images couleur, nous pouvons appli-

quer un nivellement marginal à chaque composante R,V,B ou bien calculer un nivellement couleur [1]. En tout cas, le nivellement a besoin d’une image marqueur qui détermine les structures à préserver, i.e.,

$$\widehat{\mathbf{f}} = \lambda(ASF_{nB}(\mathbf{f}), \mathbf{f}),$$

où ASF_{nB} est un filtre alterné séquentiel de taille n et B est un élément structurant isotrope (d’autres filtres comme des Gaussiennes peuvent être utilisés pour construire le marqueur). Ensuite, la LPE est calculée sur le gradient couleur de l’image $\widehat{\mathbf{f}}$. L’exemple de la Fig. 1 illustre la segmentation avec un marqueur pour chaque objet d’intérêt, ici chacune des zébras. Cependant, dans ce cas, la couleur ne permet pas d’extraire correctement les contours des objets.

En effet, dans certaines images la texture est une information très discriminante pour la séparation des objets, même si l’introduire dans la segmentation n’est pas si simple que pour la couleur : la texture est une notion régionale qui n’est pas facile à quantifier. L’usage combiné de la couleur et la texture est le sujet d’un certain nombre de travaux récents. Hoang *et al.* [6] utilisent des filtres de Gabor pour mesurer la texture-couleur et la segmentation est obtenue avec une classification par k-means. Les travaux de l’équipe Malik *et al.* [8] s’appuie aussi sur des banques de filtres gaussiens pour calculer un gradient de texture qui est ensuite combiné avec des gradients de brillance et de couleur dans un schéma d’apprentissage supervisé. Plus proche de ce que nous faisons, Sofou *et al.* [15] introduisent une segmentation conjointe intensité/texture par LPE implémentée en forme d’EDP, où la texture est mesurée par démodulation d’une banque de filtres. Ce dernier travail part d’une décomposition de l’image selon le modèle $I = U + V$ [13, 18], où U est la “cartoon component” (plateaux homogènes des objets) et V est la “texture oscillation”. Sofou *et al.* proposent d’obtenir la composante de texture comme le résidu du nivellement, i.e., $V = I - U = I - \lambda(M, I)$ (M étant une Gaussienne).

Dans cet article, nous nous plaçons dans un cadre similaire, et notre point de départ est aussi une décomposition de l’image couleur \mathbf{f} en deux composantes :

$$\mathbf{f} \approx \widehat{\mathbf{f}} \uplus f_{tex}, \quad (2)$$

où $\widehat{\mathbf{f}}$ est la *couche des objets* et f_{tex} est la *couche de texture*. Cette dernière est obtenue comme le résidu des composantes de luminance, i.e., $f_{tex} = f_L - \widehat{f}_L$, car les variations liées à la texture sont principalement associées à la luminance. Nous allons d’abord montrer comment nous pouvons construire une analyse multi-échelle locale de l’image f_{tex} avec des opérateurs morphologiques (ouvertures et nivellements), et à partir de cette analyse, comment définir des gradients morphologiques de texture. Ces gradients seront combinés avec le gradient couleur pour construire des segmentations mixtes par LPE.

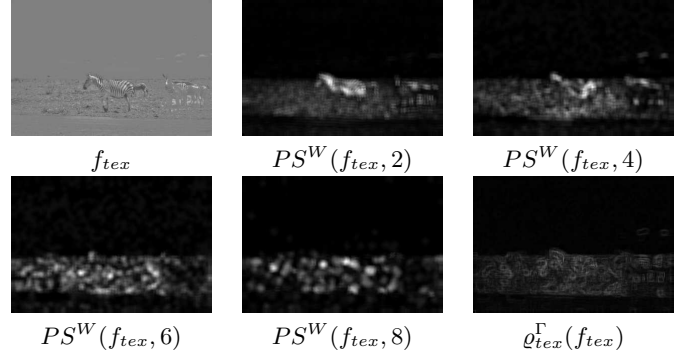


Figure 2 – *Couche de texture, granulométrie locale (fenêtre $W_x = 10 \times 10$) par des ouvertures isotropes, gradient morphologique de texture.*

2 Granulométries et analyse multi-échelle morphologique

En utilisant un parallèle avec le tamisage de grains de gravier, Matheron [9] présentait la notion de granulométrie ou distribution de taille, appliquée aux images binaires. L’extension aux fonctions à niveaux de gris est faite par Serra [14]. Une granulométrie est l’étude de la distribution de taille des objets d’une image. Formellement, pour le cas discret, dans lequel nous travaillons, une granulométrie est une famille d’ouvertures $\Gamma = (\gamma_n)_{n \geq 0}$ indexée par rapport à un paramètre entier n telle que : 1) $\gamma_0(f) = f$; 2) $f \leq g \Rightarrow \gamma_n(f) \leq \gamma_n(g), \forall n \geq 0, \forall f, g$; 3) $\gamma_n(f) \leq f, \forall n \geq 0, \forall f$; 4) γ_n vérifie la loi d’absorption; i.e., $\forall n, m \geq 0, \gamma_n \gamma_m = \gamma_m \gamma_n = \gamma_{\max(n, m)}$. D’ailleurs, une granulométrie par fermetures (ou *anti-granulométrie*) peut être définie comme une famille de *fermetures* croissantes $\Phi = (\varphi_n)_{n \geq 0}$.

Dans la pratique, les granulométries et les anti-granulométries les plus utiles sont celles données par des ouvertures/fermetures morphologiques : $\gamma_n(f) = \delta_{nB}(\varepsilon_{nB}(f))$ et $\varphi_n(f) = \varepsilon_{nB}(\delta_{nB}(f))$, respectivement, où B est un élément structurant fini de taille unitaire (typiquement un disque ou un segment de ligne droite) et $n = 1, 2, \dots$. Les algorithmes traditionnels de mise en œuvre des granulométries impliquent par conséquent des ouvertures (fermetures) de taille croissante, et donc sont relativement lents. Toutefois, des algorithmes rapides spécifiques pour le calcul des granulométries ont été développés par Vincent [19].

L’analyse granulométrique d’une image f avec Γ consiste à évaluer chaque ouverture de taille n avec une mesure $\mathcal{M}(\gamma_n(f))$ (étant l’intégrale ou volume -somme de valeurs des pixels- de la fonction numérique). La *courbe granulométrique*, ou *spectre de forme* [7], de f par rapport à Γ et Φ , $PS_{\Gamma, \Phi}(f, n)$ ou $PS(f, n)$, est définie par la transformation

normalisée suivante :

$$PS(f, n) = \frac{1}{\mathcal{M}(f)} \begin{cases} \mathcal{M}(\gamma_n(f)) - \mathcal{M}(\gamma_{n+1}(f)), & \text{for } n \geq 0 \\ \mathcal{M}(\varphi_{|n|}(f)) - \mathcal{M}(\varphi_{|n|-1}(f)), & \text{for } n \leq -1 \end{cases} \quad (3)$$

Le spectre de forme $PS(f, n)$ fait correspondre à chaque taille n une certaine mesure des structures lumineuses (et sombres) de l'image qui ont cette taille. Le spectre de forme $PS(f, n)$ est une fonction de densité de probabilité (i.e. un histogramme) : un impulse ou mode dans le spectre de forme à une échelle donnée indique la présence de beaucoup de structures dans l'image associées à cette échelle.

Les distributions de taille granulométriques peuvent être utilisées comme descripteurs dans des schémas de classification de textures. Cependant, le descripteur de texture $PS(f, n)$ est global à toute l'image f , et si f contient plus d'une texture, la classification doit pouvoir se faire au niveau du pixel. Ceci est la notion derrière l'analyse granulométrique locale [5], qui consiste à calculer un spectre de forme local, ou plutôt dans une fenêtre $W_x = size_h \times size_v$ (de taille $size_h$ pixels en horizontale et $size_v$ en verticale) centré dans le pixel x . Pour les images à niveaux de gris, le spectre de forme local, $PS_x^W(f, n)$ ou simplement $PS^W(f, n)$, est obtenu en calculant le fonctionnel $PS(f_{W_x}, n)$ pour chaque pixel x , où f_{W_x} est la restriction de l'image f à l'intérieur de la fenêtre W_x . Cette méthode est très lourde du point de vue du calcul. Une approche plus rapide pour obtenir $PS^W(f, n)$ est fondée sur le calcul d'une seule série d'ouvertures/fermeture et puis, pour chaque pixel x , calculer l'intégrale de manière locale à W_x , i.e., $\mathcal{M}^{W_x}(g) = \sum_{y \in W_x} g(y)$. Comme résultat de ces calculs, nous obtenons une courbe granulométrique dans chaque pixel. Ce descripteur local de texture peut être utilisé pour classifier les différentes régions de texture dans l'image [5].

En fait, dans notre cas, cette analyse granulométrique locale se fera sur la couche de texture f_{tex} et on notera par $\{t_k^{\Gamma\Phi}(x)\}_{k \in K}$ la série d'images qui codent cette analyse, i.e.,

$$t_k^{\Gamma\Phi}(x) = PS^W(f_{tex}(x), k). \quad (4)$$

Nous dirons que $t_k^{\Gamma\Phi}(x)$ est l'image d'énergie locale de taille k ($k \geq 0$ pour les structures claires et $k \leq -1$ pour les structures sombres). Dans la Fig. 2 est montrée la couche de texture pour l'image des zébras, ainsi que les images d'énergie associées à la granulométrie locale (fenêtre $W_x = 10 \times 10$ et $K = \{-16, -14, \dots, -2, 2, 4, \dots, 16\}$) par des ouvertures isotropes. Comme nous pouvons l'observer, les structures de f_{tex} ont associé des valeurs d'énergie locale élevée à la taille qui leur correspond. Dans l'exemple sont montrés seulement des $t_k^{\Gamma}(x)$ (structures claires); l'analyse duale $t_k^{\Phi}(x)$ fournit l'énergie aux différentes échelles des structures sombres. Il est clair que le choix de la taille de la fenêtre dépend de la "taille" de la texture. Toutefois, l'influence est limitée : pour tous les exemples d'images naturelles que nous avons traité $W_x = 10 \times 10$ a montré être

adéquat. Bien évidemment nous pouvons utiliser d'autres éléments structurants B non isotropes pour décrire, par exemple, des textures orientées.

En morphologie mathématique nous pouvons construire d'autres analyses multi-échelle avec d'autres opérateurs que les ouvertures/fermetures. Soit $ASF_n(f) = \varphi_n \gamma_n \cdots \varphi_2 \gamma_2 \varphi_1 \gamma_1(f)$ le filtre alterné séquentiel de taille n (nous pouvons définir une autre famille de filtres en inversant l'ordre de l'ouverture et de la fermeture). La famille $\Xi = (ASF_n)_{n \geq 0}$ ne vérifie pas toutes les propriétés d'une granulométrie : elle n'est ni extensive ni anti-extensive, mais le plus important est qu'elle vérifie la loi d'absorption granulométrique et que par conséquent, elle permette de construire un tri multi-échelle des structures de f_{tex} . Par ailleurs, si chaque échelle est associée à un nivellement, la nouvelle famille de transformations, $\Lambda = (\lambda_n)_{n \geq 0}$ tel que $\lambda_n(f) = \lambda(ASF_n(f), f)$, fournit une décomposition des objets reconstruits dans chaque échelle n , i.e., perte d'objets consécutive aux simplifications successives. Il faut noter que maintenant les objets clairs/sombres de taille n apparaissent sur la même image.

Une analyse quantitative des objets associés à chaque taille n permet de définir une pseudo-courbe granulométrique que nous dénoterons Λ -spectre de forme et qui est définie comme suit :

$$\Lambda - PS(f, n) = \mathcal{M}(\lambda_n(f)) - \mathcal{M}(\lambda_{n+1}(f)), \text{ for } n \geq 0. \quad (5)$$

De manière parallèle aux granulométries, nous pouvons construire une version locale de $\Lambda - PS(f, n)$, en calculant la mesure dans une fenêtre W centrée dans chaque pixel. La nouvelle série d'images d'énergie locale, i.e.,

$$t_k^{\Lambda}(x) = \Lambda - PS^W(f_{tex}(x), k), \quad (6)$$

donne une représentation multi-échelle alternative à celle associée aux ouvertures/fermetures. Ici, pour les exemples, $k \in K = \{2, 4, \dots, 16\}$, car il faut noter que sur une image de 256 niveaux de gris, la valeur $t_k^{\Lambda}(x) = 128$, correspond à une énergie nulle, si $t_k^{\Lambda}(x) > 128$ l'énergie est associée à des structures claires et si < 128 à des structures sombres. Enfin, notons que la taille maximale aussi bien pour $t_k^{\Gamma\Phi}$ que pour t_k^{Λ} est limitée par la taille du nivellement utilisé pour construire \hat{f} et par conséquent, f_{tex} .

D'autres décompositions morphologiques multi-échelle pourraient être définies pour bâtir d'autres descripteurs de "texture" : transformation associées à la dynamique, surface, volume, etc. [16, 17].

3 Gradients morphologiques de texture

Nous considérons maintenant les alternatives pour construire un gradient associé à cette analyse multi-échelle et qui puisse permettre la détermination des contours des régions de textures différentes.

Dans chaque point x , le gradient morphologique $\varrho(x)$ de taille "boule unité" centré, $B(x)$, d'une image g peut

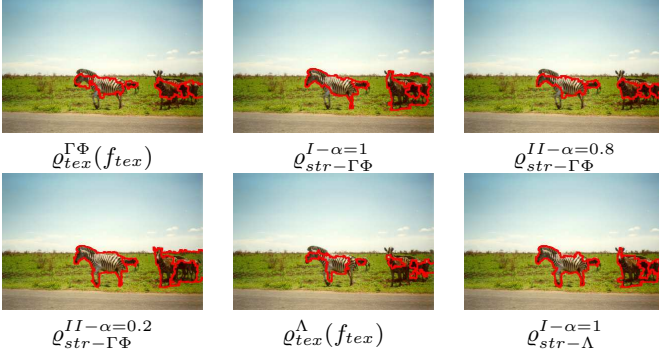


Figure 3 – Exemples de segmentation avec des gradients de texture et de structure (texture+couleur) par LPE et marqueurs, i.e. $Wshed(\varrho, mrks)$.

être écrit en termes d'accroissements, i.e., $\varrho(g(x)) = \delta_B(g(x)) - \varepsilon_B(g(x)) = \vee [g(x) - g(y), y \in B(x)]$. Ceci permet d'utiliser une distance euclidienne pour définir un gradient de type morphologique pour la série d'images d'énergie locale, i.e.,

$$\varrho_{tex}(f_{tex}(x)) = \vee_y [d_E(t_k(x), t_k(y)), y \in B(x)], \quad (7)$$

où $d_E(t_k(x), t_k(y)) = \sqrt{\sum_{k \in K} (t_k(x) - t_k(y))^2}$ est la distance euclidienne entre deux pixels x et y pour toutes les images d'énergie locale.

En plus d'un gradient vectoriel de ce type, il est aussi possible de construire une autre sorte de gradient, en combinant les gradients de chaque image scalaire d'énergie. Différents tests ont montré que le gradient par supremum, i.e.,

$$\varrho_{tex}(f_{tex}(x)) = \bigvee_{k \in K} [\varrho(t_k(x))], \quad (8)$$

est aussi performant pour la segmentation que le gradient vectoriel par distance euclidienne. La Fig. 2 donne justement le gradient morphologique $\varrho_{tex}^{\Gamma}(f_{tex})$ calculé selon la Rel. 8. C'est bien ce dernier que nous avons appliqué à tous les exemples de cette étude.

Ces gradients de texture, dérivés des images d'énergie locale $\{t_k^{\Gamma\Phi}(x)\}$ et $\{t_k^{\Lambda}(x)\}$, respectivement $\varrho_{tex}^{\Gamma\Phi}(x)$ et $\varrho_{tex}^{\Lambda}(x)$, peuvent être utilisés avec la LPE pour segmenter l'image en régions selon la texture, voir les deux résultats correspondants dans la Fig. 3, pour la segmentation des zébras par rapport aux marqueurs de la Fig. 1. Comme nous pouvons observer, ces deux gradients de texture segmentent correctement la région de chaque zébra (qui est bien définie par la texture), tel que nous le voulions. Cependant, comme nous pouvons le constater aussi, les contours des régions obtenues ne sont pas très précis. En effet, la segmentation selon un gradient de texture donne des régions approximatives.

4 Gradient structurel pour la segmentation texture+couleur par LPE

L'approche que nous avons choisie pour réaliser ce que nous appellerons une segmentation structurelle consiste à bâtir un gradient conjoint de couleur et de texture. Une fois qu'on a à notre disposition un gradient couleur et un gradient de texture, il semble évident que nous pouvons les combiner pour obtenir un gradient structurel. Parmi la multitude d'alternatives pour la combinaison de gradients, nous en avons retenu deux qui nous paraissent particulièrement simples à mettre en œuvre et suffisamment flexibles pour évaluer l'influence d'un gradient par rapport à l'autre. En fait, il s'agit d'une part, de la somme du gradient couleur et d'une pondération du gradient de texture (pour contrôler l'influence du deuxième); et d'autre part, d'une combinaison linéaire barycentrique des deux gradients. En termes mathématiques, nous avons :

$$\begin{aligned} \varrho_{str}^{I-\alpha}(\mathbf{f}) &= \varrho_{col}(\widehat{\mathbf{f}}) + \alpha \varrho_{tex}(f_{tex}), \\ \varrho_{str}^{II-\alpha}(\mathbf{f}) &= (1 - \alpha) \varrho_{col}(\widehat{\mathbf{f}}) + \alpha \varrho_{tex}(f_{tex}), \end{aligned} \quad (9)$$

où, pour les deux cas, $0 \leq \alpha \leq 1$.

Sur la Fig. 3 nous montrons une comparaison de segmentation par LPE des zébras selon différents gradients structurels. Nous observons que, aussi bien pour l'analyse de texture liée aux ouvertures/fermetures que pour celle liée aux nivellements des filtres alternés séquentiels, le gradient structurel équilibré, i.e., $\varrho_{str-\Gamma\Phi}^{I-\alpha=1}(\mathbf{f})$ et $\varrho_{str-\Lambda}^{I-\alpha=1}(\mathbf{f})$ respectivement, améliore les segmentations par rapport au gradient exclusivement de couleur $\varrho_{col}(\widehat{\mathbf{f}})$. Par ailleurs, pour cet exemple, nous observons aussi que le meilleur résultat correspond à $\varrho_{str-\Gamma\Phi}^{II-\alpha=0.8}(\mathbf{f})$; ce qu'on pourrait attendre, car comme nous l'avons signalé précédemment, la texture ici est plus importante que la couleur. De plus, le fait de combiner avec le gradient couleur permet d'obtenir des contours plus précis.

Pour compléter les résultats de notre étude, nous avons testé les gradients structurels sur une large série d'exemples d'images couleur naturelles et nous avons évalué la segmentation couleur vs. la segmentation structurelle par LPE. La Fig. 4 montre cinq images représentatives : les exemples 1-2 correspondent à la segmentation avec un marqueur pour l'objet et un marqueur pour l'extérieur et les exemples 3-5 correspondent à la segmentation en sélectionnant 50 régions volumiques. Nous donnons pour chaque image la segmentation selon la couleur et la segmentation structurelle équilibrée couleur+texture pour les deux familles de descripteurs de texture que nous avons étudiés ($\varrho_{str-\Gamma\Phi}^{I-\alpha=1}$ et $\varrho_{str-\Lambda}^{I-\alpha=1}$). Etant donné qu'à priori on ne peut pas savoir pour une image si c'est la couleur ou bien la texture qui constitue l'information la plus pertinente pour la segmentation, il nous paraît que le choix le plus judicieux est une combinaison équilibrée de ce type.



Figure 4 – Segmentation couleur vs. segmentation structurale par LPE. Exemples 1-2, marqueur pour l’objet; exemples 3-5 sélection des 50 volumiques.

Nous constatons que pour l’exemple du papillon, la segmentation structurale est toujours plus cohérente que celle de la couleur. Avec $\rho_{str-\Gamma\Phi}^{I-\alpha=1}$, on n’obtient qu’une partie des ailes (qui ont la même couleur-texture) et avec $\rho_{str-\Lambda}^{I-\alpha=1}$ les deux couleurs-textures des ailes sont prises en compte, en produisant une segmentation parfaite. L’image suivante du tigre est un bon contre-exemple qui montre que si la texture entre l’objet d’intérêt et le reste sont très similaires, le fait d’utiliser un gradient structurel ne ferait qu’introduire un biais de texture. Pour les segmentations en 50 régions sur des images qui contiennent des objets colorés et bien contrastés ainsi que des régions grandes avec ou sans texture, nous observons que le gradient structurel permet d’améliorer en partie le problème bien connu de la LPE qui sur-segmente les régions grandes et homogènes. Par ailleurs, certains objets de “petite taille” sont mieux segmentés avec les gradients structurels. Finalement, il est difficile d’affirmer d’une manière générale si les partitions pour $\rho_{str-\Gamma\Phi}^{I-\alpha=1}$ sont meilleures que celles pour $\rho_{str-\Lambda}^{I-\alpha=1}$.

5 Conclusions et perspectives

Cet article présente une approche morphologique pour le calcul de gradients de texture et illustre comment les utiliser pour la segmentation d’image selon la texture; et plus généralement, pour la segmentation conjointe texture + couleur (e.g., segmentation structurale). Nous avons mon-

tré que ces différents gradients sont directement utilisables pour la segmentation morphologique par ligne de partage des eaux et que les partitions obtenues avec des gradients structurels sont, dans la plupart des cas, plus pertinentes que celles obtenues seulement avec des gradients couleur. En particulier, nous avons montré que les régions de texture sont mieux déterminées et qu’on arrive à réduire la sur-segmentation des régions grandes et homogènes.

A présent, nous nous intéressons à étudier la manière de construire des décompositions texture-couleur, en ne limitant pas la couche de texture à l’information de luminance. Pour ce faire, nous allons évaluer l’intérêt d’utiliser des résidus d’ouvertures/nivellements couleur (typiquement construits avec des ordres totaux dans la représentation luminance/saturation/teinte). D’autre part, nous travaillons sur une combinaison automatique du gradient couleur et du gradient texture pour que ce couplage d’information s’adapte aux caractéristiques des images.

Références

- [1] J. Angulo, J. Serra. Morphological coding of color images by vector connected filters. In *Proc. of IEEE 7th International Symposium on Signal Processing and Its Applications (ISSPA’03)*, Paris, France July 2003, Vol. I, pp. 69–72.
- [2] J. Angulo, B. Marcotegui. Sur l’influence des conditions d’éclairage dans la segmentation morphologique couleur par LPE. In *Actes de CORESA 2005 (Compression et Représentation des Signaux Audio-visuels)*, pp. 313–318, Rennes, France, November 2005.
- [3] J. Angulo, J. Serra. Modelling and Segmentation of Colour Images in Polar Representations. To appear in *Image and Vision Computing*, 2006.
- [4] S. Beucher. Watershed, hierarchical segmentation and waterfall algorithm. In *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing, Proc. ISMM’94* Kluwer, 69–76, 1994.
- [5] E.R. Dougherty, J.T. Newell, J.B. Peltz. Morphological texture-based maximum likelihood pixel classification based on local granulometric moments. *Pattern Recognition*, 25 : 1181-1198, 1992.
- [6] M.A. Hoang, J.-M. Geusebroek, A.W.M. Smeulders. Color texture measurement and segmentation. *Signal Processing*, 85 : 265-275, 2005.
- [7] P. Maragos. Pattern Spectrum and Multiscale Shape Representation. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 : 701-716.
- [8] D.R. Martin, C.C. Fowlkes, J. Malik. Learning to Detect Natural Image Boundaries Using Local Brightness, Color, and Texture Cues. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26 : 1-20, 2004.
- [9] G. Matheron. *Ensembles aléatoires et géométrie intégrale. Tome II*. Les Cahiers du Centre de Morphologie

Mathématique, Fascicule 6, Ecole des Mines de Paris, 1972.

- [10] F. Meyer and S. Beucher. Morphological segmentation. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 1(1) : 21–45, 1990.
- [11] F. Meyer. An Overview of Morphological Segmentation. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 15(7) : 1089–1118, 2001.
- [12] F. Meyer. Levelings, Image Simplification Filters for Segmentation. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 20 : 59–72, 2004.
- [13] Y. Meyer. Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations. In *University Lecture Series Vol. 22*, AMS 2002.
- [14] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Vol. I. Academic Press, London, 1982.
- [15] A. Sofou, G. Evangelopoulos, P. Maragos, Coupled geometric and texture PDE-based segmentation. In *Proc. of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'05)*, Genova, Italy, September 2005, Vol. II, pp. 650–653.
- [16] C. Vachier and F. Meyer. Extinction value : a new measurement of persistence. In *1995 IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, Neos Marmaras, Greece, 254–257, 1995.
- [17] C. Vachier. Morphological Scale-Space Analysis and Feature Extraction. In *Proc. of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'01)*, Thessaloniki, Greece, September 2005, Vol. III, pp. 676–679.
- [18] L. Vese, S. Osher. Modeling textures with total variation minimization and oscillating patterns in image processing. *J. Sci. Comp.*, 19 : 553–572, 2003.
- [19] L. Vincent. Local grayscale granulometries based on opening trees. In *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing, Proc. ISMM'96*, 273–280, Kluwer, 1996.